則古昔齋算十三種

善蘭年十齡讀書家塾架上有古九章竊取閱之以爲可不學而能從此遂好算應試武林得測圜海鏡句股割圜記以歸其學始進因思割圜法非自然深思得其理從此時有心得輒復著書久之得若干種咸豐庚申在蘇州節署遭亂盡失之中方圓弧矢對數三種金山錢氏已刻入叢書餘諸種友人轉相傳錄副本收羅數年盡得故物惟羣經算學考一種因未卒業未以示人不可復得繼又續著若干種并前所得緘固一篋恐再失也歲甲子來金陵晤曾沅浦中丞許代付手民閱二年郵致三百金於是取篋中諸書盡刻之凡十三種方圓闡幽一卷弧矢啟祕二

卷對數探源二卷垜積比類四卷四元解二卷麟德術解三卷橢圜正術解二卷橢圜新術一卷橢圜拾遺三卷火器眞訣一卷尖錐變法解一卷級數回求一卷天算或問一卷共二十四卷善蘭于辭章訓詁之學雖皆涉獵然好之終不及算學故於算學用心極深其精到處自謂不讓西人今得中丞力盡災梨棗或遂可不朽也同治丁卯九月李善蘭自序

自王孝通緝古祘經李敬齋測員海鏡朱仁卿四元玉鑑書出中法之巧不可思議然揆天協紀厤用未宏葢厤術祘章兩不相合而邢臺授旹之數差至明季剌謬叢生甚不可用也亦已久矣利氏來賓始傳輪法南熊高足踵事增華疇人弟子積闡其微逮刻白爾葛西尼改用橢員按諸實測先天弗違屢變加精洵振古之奇作也承學之士惑於天員之說而不知叚借㠯求密合之理迷迷置諸不論嘉道閒纂述家僅江都焦氏有釋橢一卷雖明比例而宗恉未昭觀者歉如今讀大箸三集角積互求以及求實引角兩心差員錐六種綫界諸法莫不綱舉目張言簡義

晰至是而楕員無餘蘊矣我

朝吕律庥名者勿葊而外胥推東原顧勿葊之書唯恐人不解東原之書唯恐人能解公私之判遐哉邈矣是故觀其書卽可想見其爲人吾知天下後世之讀則古昔齋算學者謂其心爲梅氏所共見之心而其義爲梅氏所未及之義其珍此書而位置此人也又豈但伯仲於梅戴之間而已哉同治三年上元甲子二月漢陽後學劉世仲識於皖城

方圓闡幽

海甯李善蘭學

第一當知西人所謂點線面皆不能無體

天地間有色者不能無形有形者不能無體蓋色由形著形由體呈今試以墨作一點于紙上細如微塵此形之至小者也然非憑虛而有乃墨所成旣爲墨所成則其墨非體乎是故點者體之小而微者也線者體之長而細者也面者體之闊而薄者也

第二當知體可變爲面面可變爲線

如圖甲變爲乙則體而面矣乙變爲丁則面而線矣

圖只明其大意推之爲面便可如紙之薄爲線便可如絲之細故盈尺之書由疊紙而得盈丈之絹由積絲而成也

第三當知諸乘方有線面體循環之理

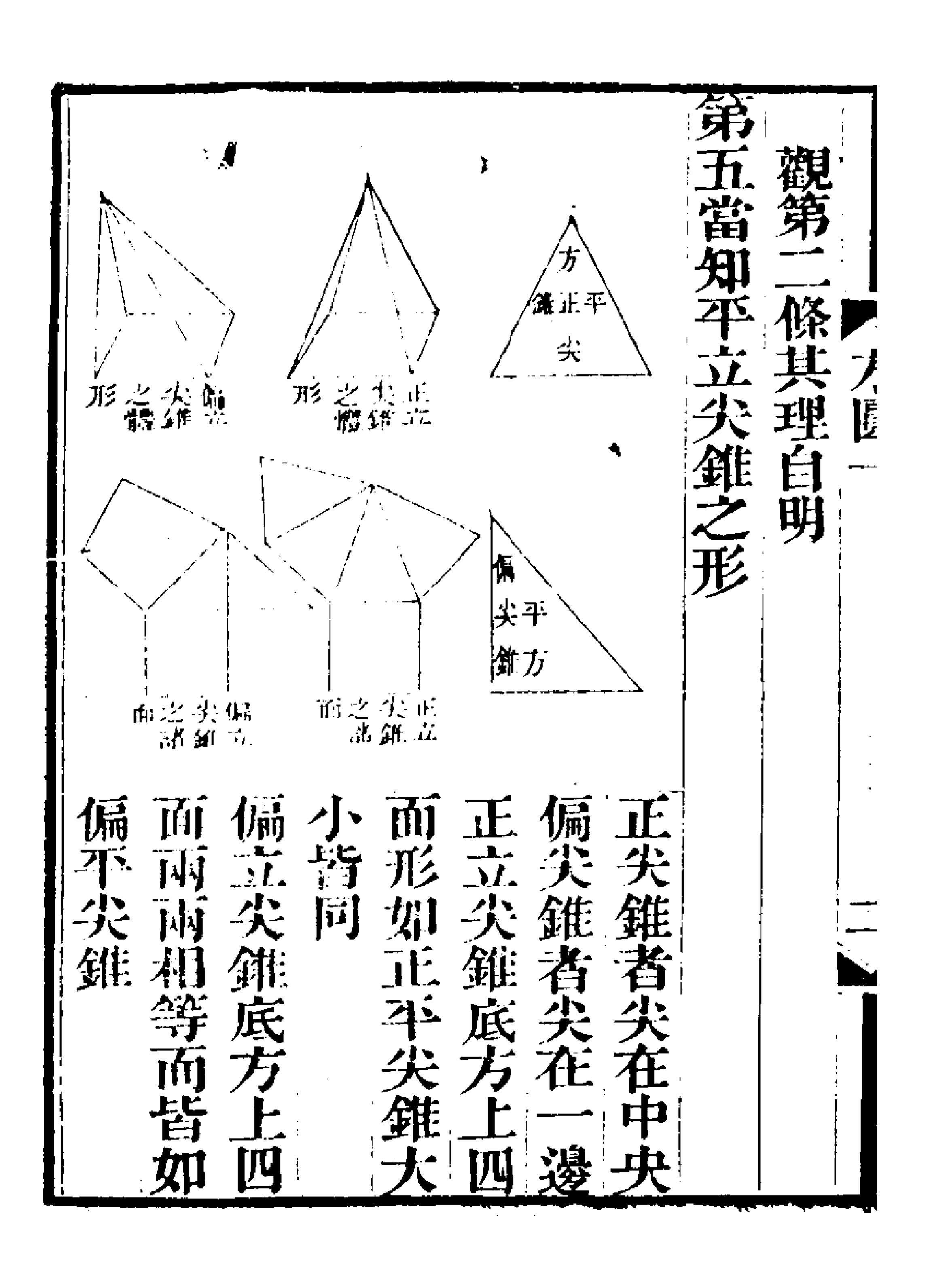
一乘方爲面（即平方）二乘方爲體（即立方）三乘方爲線（線即中法立天元之元西法借根方之根也）四乘方復爲面五乘方復爲體六乘

方復爲線推之至於無窮其爲線面體三者循環無已
三乘方何以爲線也甲爲二因之元
乙爲二因之三乘方形相似也　四
乘方何以復爲面也丙爲二因之平
方丁爲二因之四乘方形相似也
五乘方何以復爲體也戊爲二因之
立方己爲二因之五乘方形相似也
方而因之則長長而因之則扁扁
而因之則復方此理之自然也

第四當知諸乘方皆可變爲面而幷皆可變爲線

觀第二條其理自明

第五當知平立尖錐之形



正尖錐者尖在中央

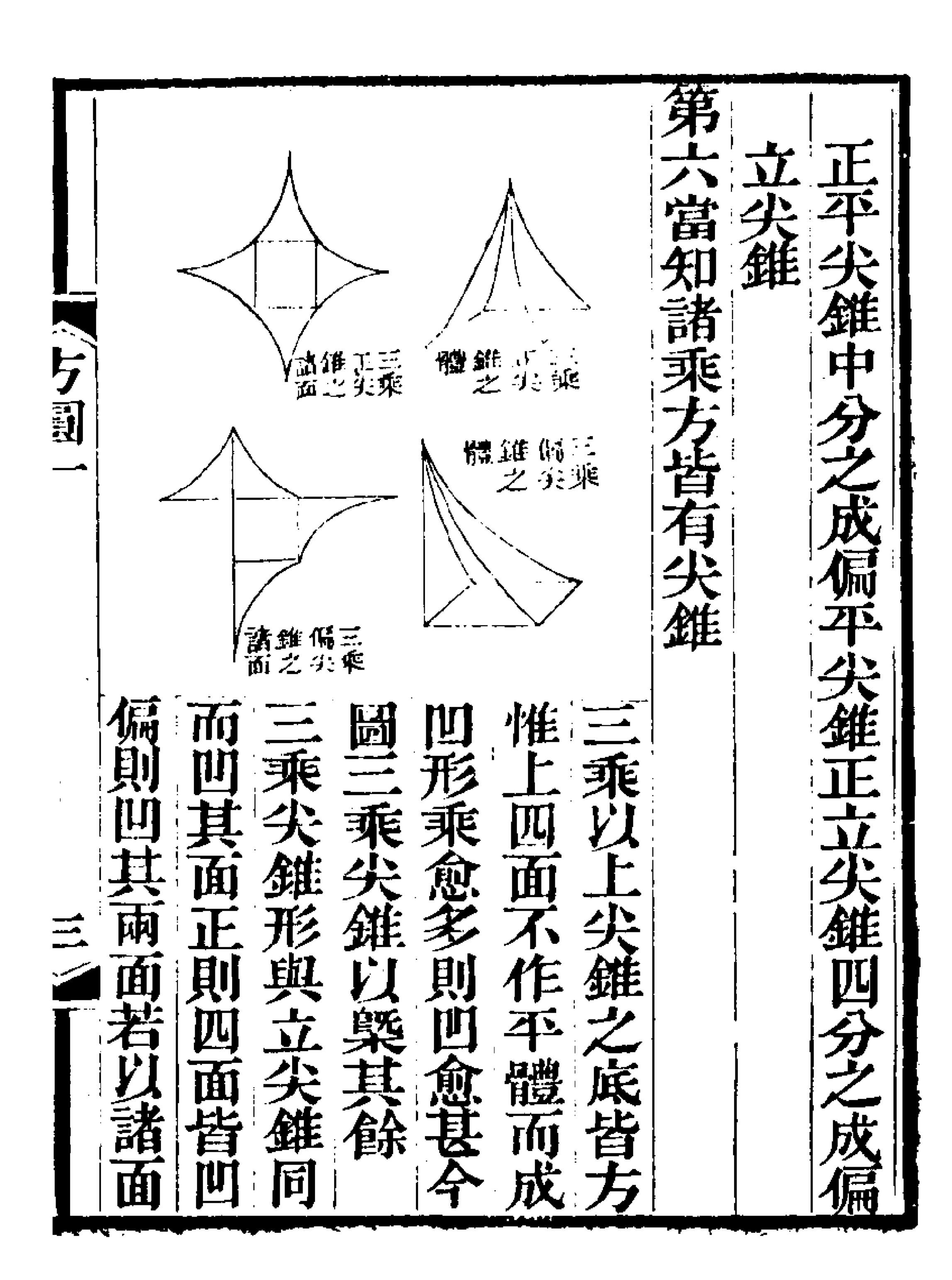
偏尖錐者尖在一邊

正立尖錐底方上四面形如正平尖錐大小皆同

偏立尖錐底方上四面兩兩相等而皆如偏平尖錐

正平尖錐中分之成偏平尖錐正立尖錐四分之成偏立尖錐

第六當知諸乘方皆有尖錐



三乘以上尖錐之底皆方惟上四面不作平體而成凹形乘愈多則凹愈甚今圖三乘尖錐以槩其餘三乘尖錐形與立尖錐同而凹其面正則四面皆凹偏則凹其兩面若以諸面

繪於平面則正之四面曲其兩邊偏之四面曲其一邊

第七當知諸尖錐有積疊之理

元數（即立天元之元）起于絲髮而遞增之而疊之則成平尖錐

一定之元數疊之則成平方上少下多之元數疊之則成平尖錐（第一層一第二層二第三層三）　平方數起於絲髮而漸增之而疊之則成立尖錐　一定之平方疊之則成立方上少下多之平方疊之則成立尖錐（第一層一第二層四第三層九）

立方數起於絲髮而漸增之變爲面（體可變面說見前）而疊之則成三乘尖錐（第一層一第二層八第三層二十七）　三乘方數起於絲髮而漸增之變爲面而疊之則成四乘尖錐（第一層一第二層二

層十六第三層八十一從此遞推可至無窮然則多一乘之尖錐皆少一乘方漸增漸疊而成也

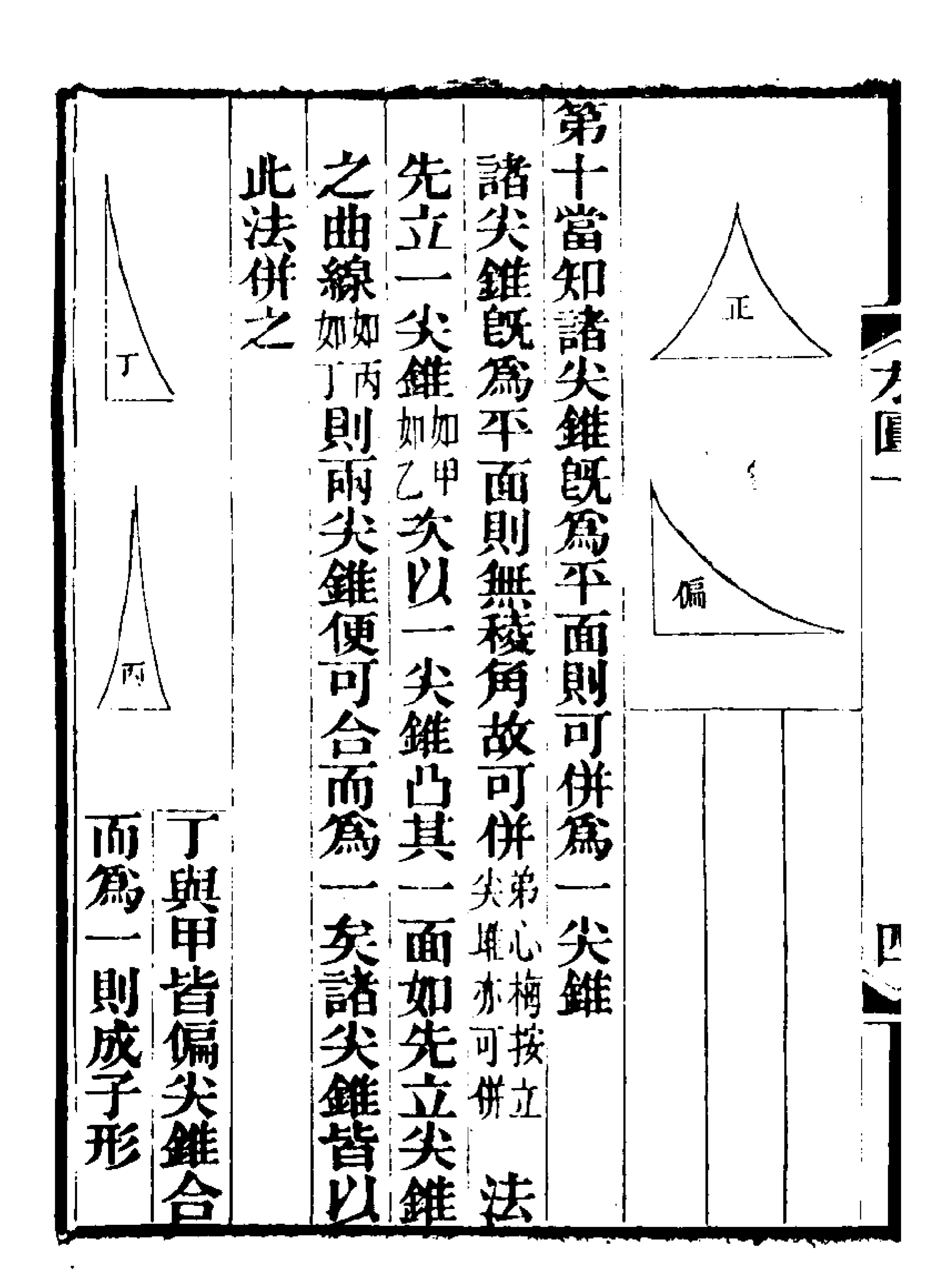
第八當知諸尖錐之算法

以高乘底爲實本乘方數加一爲法除之得尖錐積

設如立尖堆高九尺底方三尺底面當得九尺以高乘底得八十一尺爲實乘數加一得三爲法除之得尖錐積二十七尺

第九當知二乘以上尖錐其所疊之面皆可變爲線

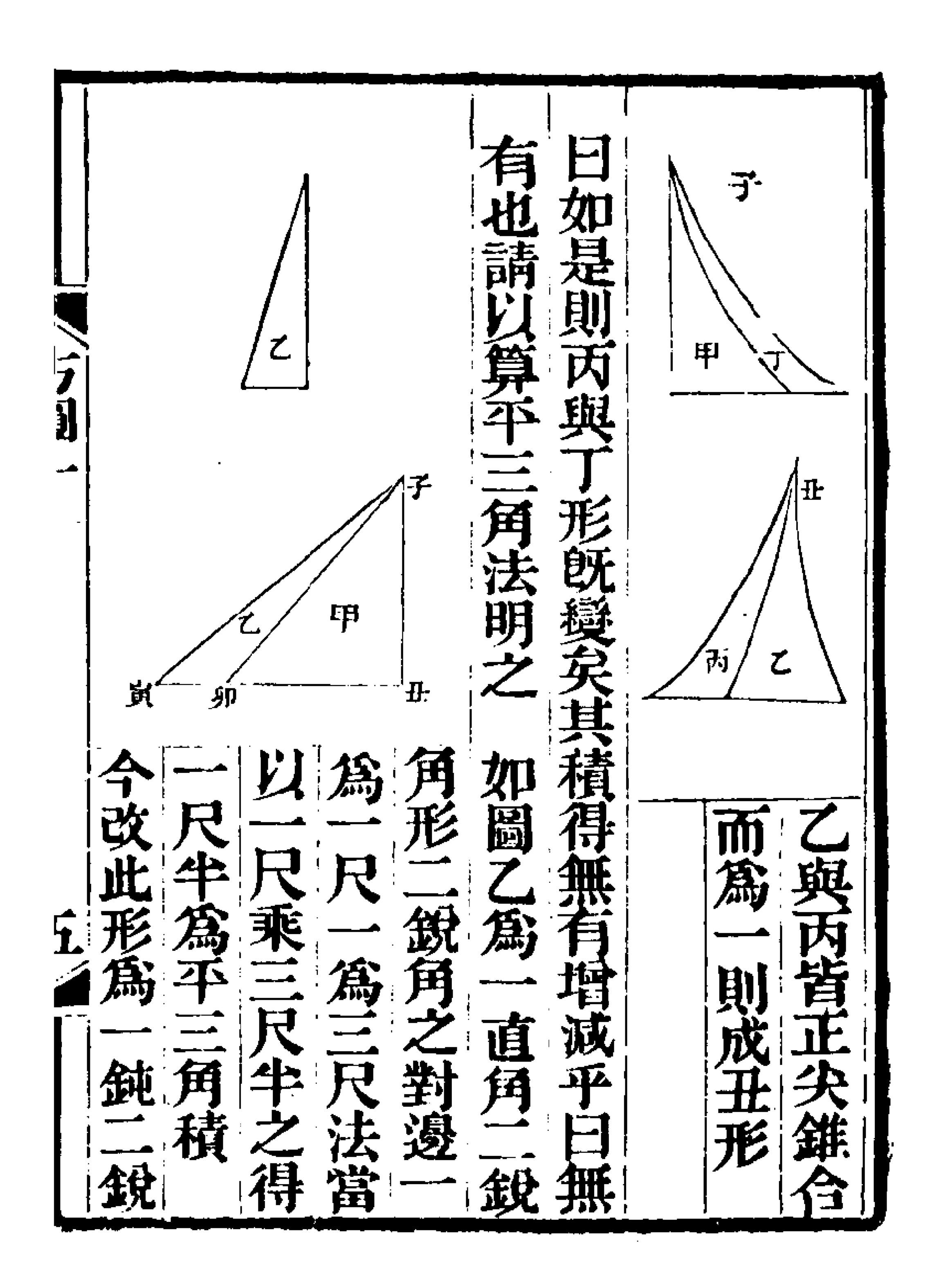
面變爲線則諸尖錐皆成平體而曲其邊正則曲二邊偏則曲一邊乘益多則曲益甚



第十當知諸尖錐既爲平面則可併爲一尖錐

諸尖錐既爲平面則無稜角故可併（弟心梅按立尖堆亦可併）法先立一尖錐（如甲如乙）次以一尖錐凸其一面如先立尖錐之曲線（如丙如丁）則兩尖錐便可合而爲一矣諸尖錐皆以此法併之

丁與甲皆偏尖錐合而爲一則成子形



乙與丙皆正尖錐合而為一則成丑形

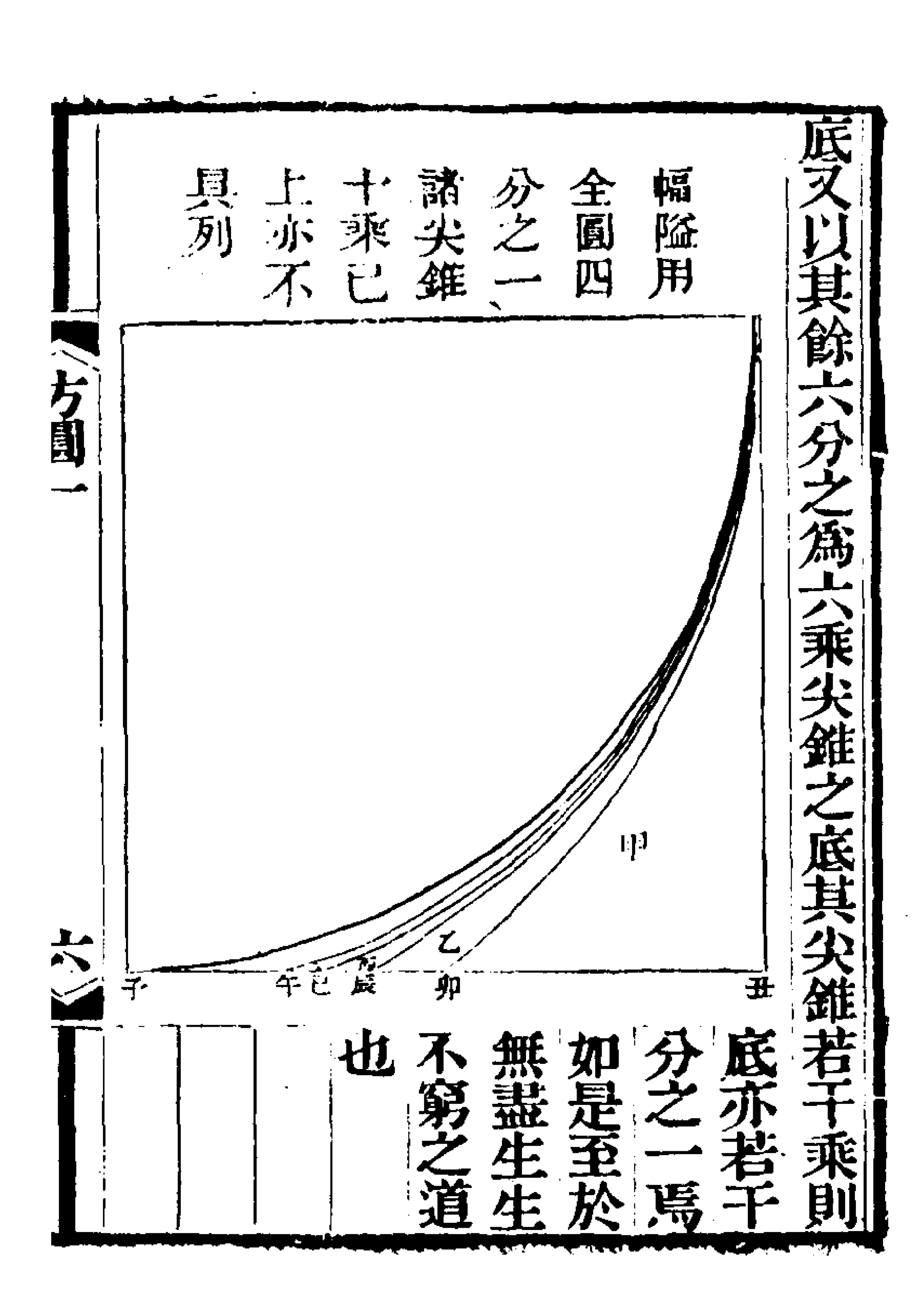
曰如是則丙與丁形既變矣其積得無有增減乎曰無有也請以算平三角法明之

如圖乙為一直角二銳角形二銳角之對邊一為一尺一為三尺法當以一尺乘三尺半之得一尺半為平三角積今改此形為一鈍二銳

三角形法以次鈍角之一邊引長之（如寅卯邊引長至丑）復自對邊之角（如子角）作垂線與引長線成直角（如丑角）然後量其垂線得三尺再量其引長之線亦得三尺合原邊一尺為四尺以乘垂線半之得六尺以原邊一尺乘之以總數四尺除之得一尺半與前積同安得謂形變而積有增減乎（心悔按其高同其底同其乘數同則雖斜正偏倚不同其積無不同也）

已上十條之理既明然後可明方圓之理方內函圓方圓之較即諸乘方之合尖錐也起再乘次四乘次六次八次十至於無窮其數有偶而無奇一陰一陽之道也再乘尖錐之底二分半徑之一也以其餘四分之為四乘尖錐之

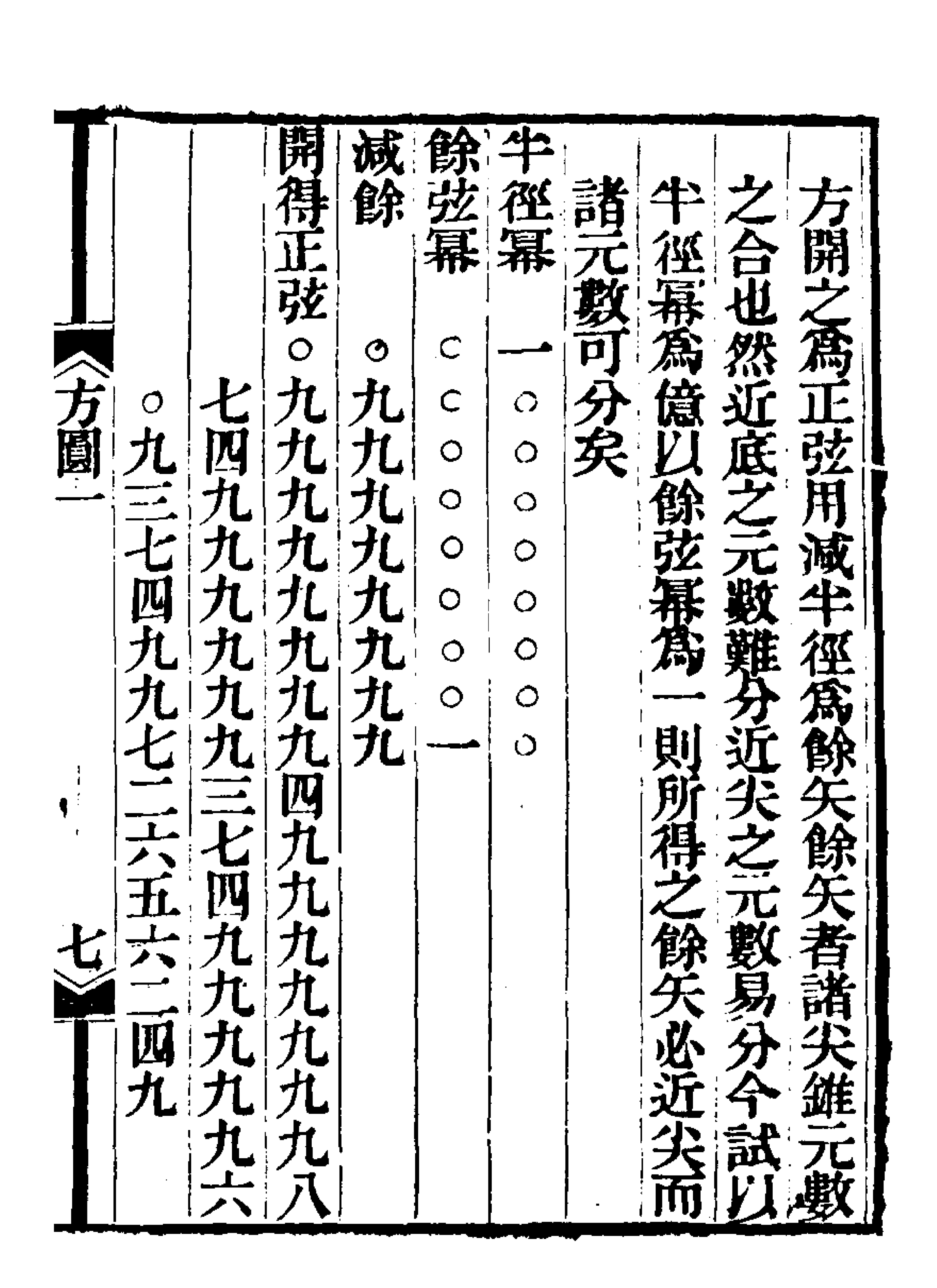
底又以其餘六分之爲六乘尖錐之底其尖錐若干乘則底亦若干分之一焉如是至於無盡生生不窮之道也



如圖甲為立尖錐乙為四乘尖錐丙為六乘尖錐丁為八乘尖錐其餘未分者則十乘已上諸尖錐也乘數益多則尖錐之體益狹　半徑甲子半之得丑卯為甲之底其餘卯子四分之得卯辰為乙之底又以其餘辰子六分之得辰巳為丙之底又以其餘巳子八分之得巳午為丁之底十乘以上倣此可推

既得諸尖錐之底依前第八條法以求其積既得諸積四因之以減外大方積便見大圓眞積也

心梅棻伯兄此書言理而不及數恐學者不能無惑今請以數明之　準八線法半徑冪內減餘弦冪餘以平



方開之爲正弦用減半徑爲餘矢餘矢者諸尖錐元數之合也然近底之元數難分近尖之元數易分今試以半徑冪爲億以餘弦冪爲一則所得之餘矢必近尖而諸元數可分矣

半徑冪　一〇〇〇〇〇〇〇〇

餘弦冪　〇〇〇〇〇〇〇〇一

減餘　〇九九九九九九九九

開得正弦　〇九九九九九九九九四九九九九九九九九八

七四九九九九九三七四九九九九九九六

〇九三七四九九七二六五六二四九

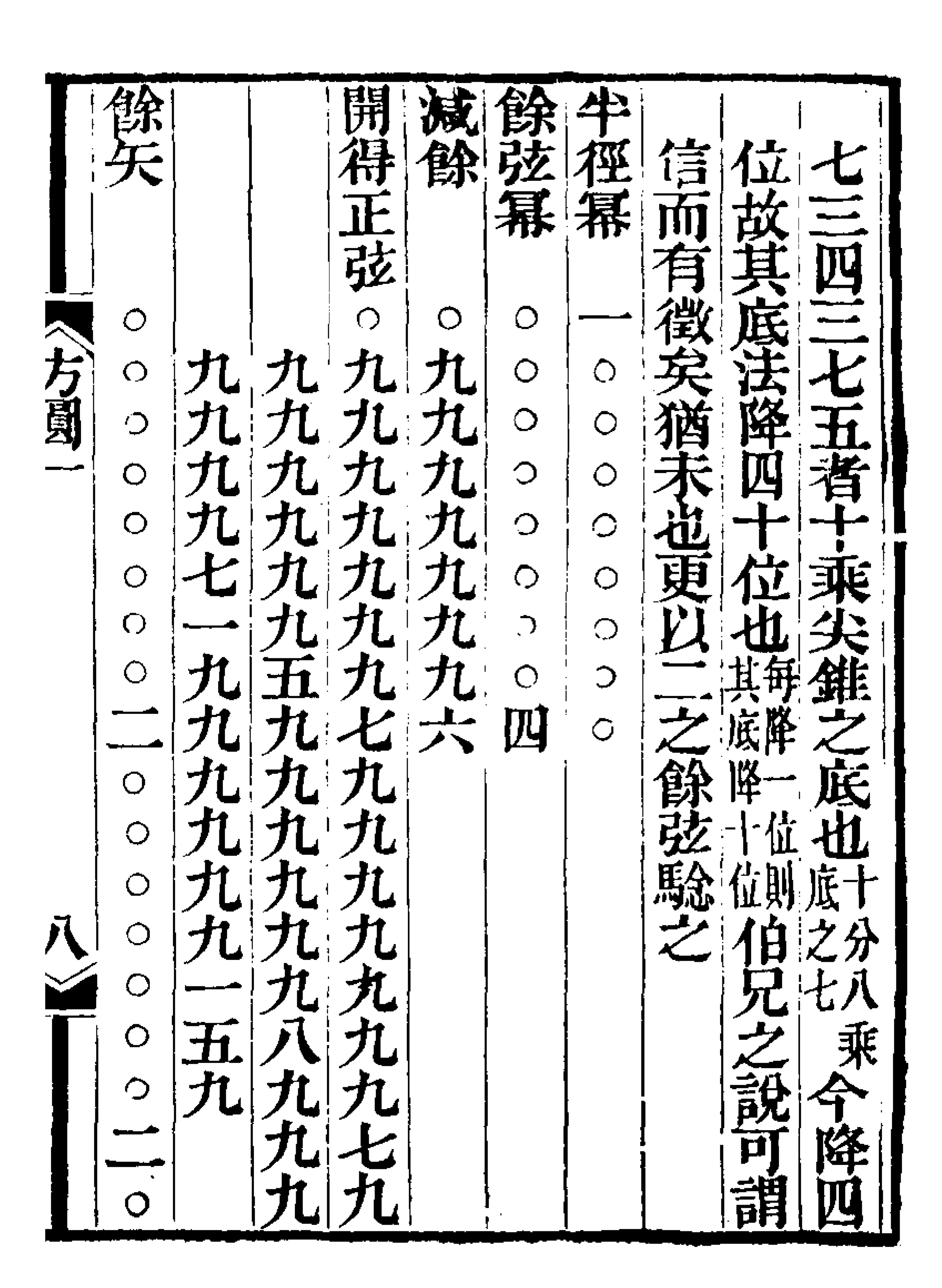
餘矢

○○○○○○○○○五○○○○○○○一

二五○○○○○○六二五○○○○○三

九○六二五○○二七三四三七五○

○五者立尖錐之底也（二分半徑之一）今降四位（餘弦萬分半徑之一是降四位）故其底法降八位也（每降一位則其底降二位）○一二五者四乘尖錐之底也（四分再乘底之一）今降四位故其底法降十六位也（每降一位則其底降四位）○○六二五者六乘尖錐之底也（六分四乘底之三）今降四位故其底法降二十四位也（每降一位則其底降六位）○○三九○六二五者八乘尖錐之底也（八分六乘底之五）今降四位故其底法降三十二位也（每降一位則其底降八位）○○二



七三四四三七七五者十乘尖錐之底也（底十分八乘底之七）今降四位故其底法降四十位也（每降一位則其底降十位）伯兄之說可謂信而有徵矣猶未也更以二之餘弦驗之

半徑冪　一〇〇〇〇〇〇〇〇

餘弦冪　〇〇〇〇〇〇〇〇四

減餘　〇九九九九九九九六

開得正弦　〇九九九九九九九七九九九九九九七九

九九九九九九五九九九九九八九九九

九九九九七一九九九九九九一五九

餘矢　〇〇〇〇〇〇〇〇二〇〇〇〇〇〇〇二〇

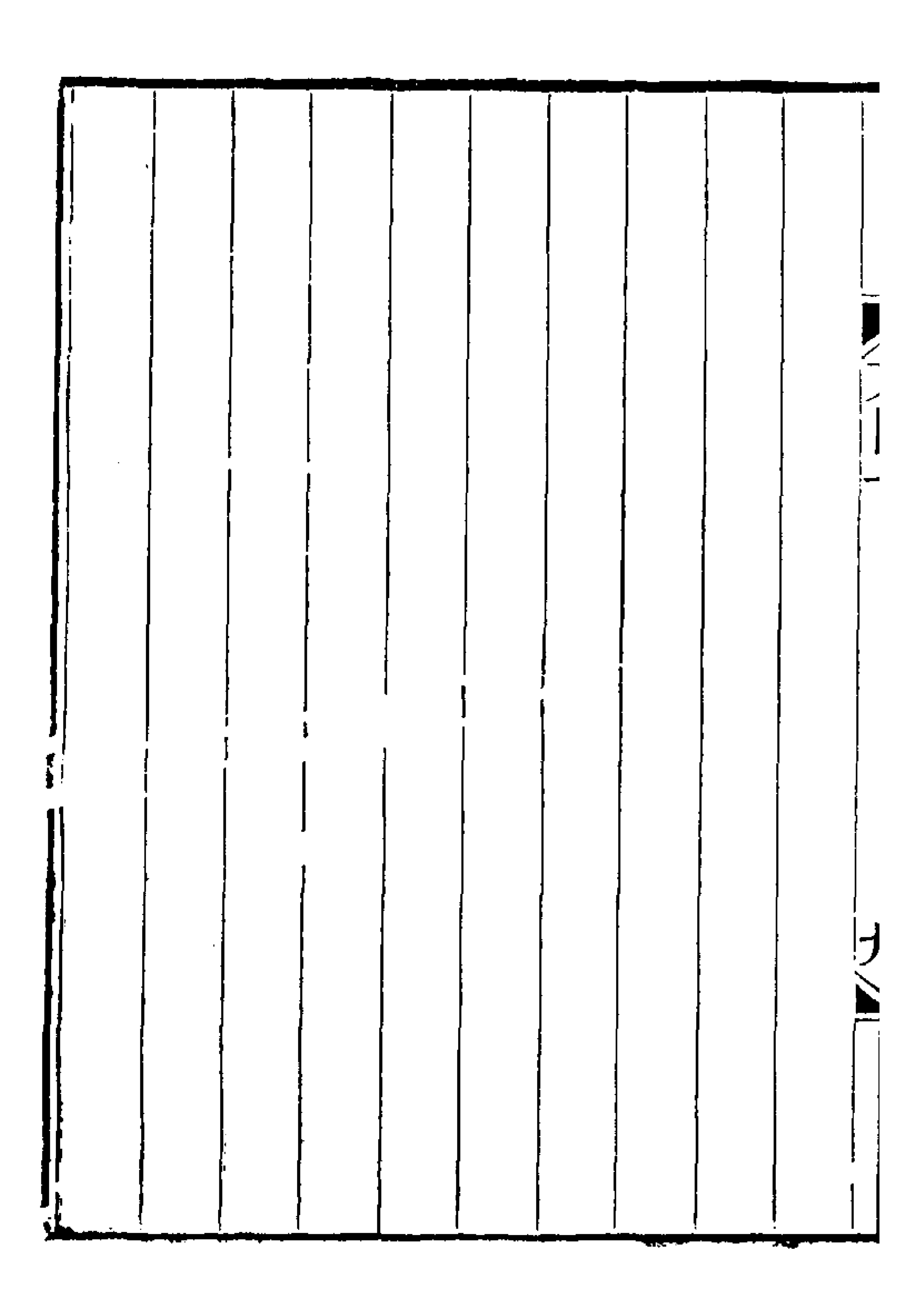
○○○○○○四○○○○○○一○○○

○○○○二八○○○○○○八四○○○

立尖錐倍其高則當四其底令果五變爲二○四乘尖錐倍其高則當十六其底令果一二五變爲二○○○六乘尖錐倍其高則當六十四其底令果六二五變爲四○○○○八乘尖錐倍其高則當二百五十六其底令果三九○六二五變爲一○○○○○○○○十乘尖錐倍其高則當一千二十四其底令果二七三四三七五變爲二八○○○○○○○也八四者十二乘尖錐倍高之底

然則方圓之較其爲諸尖錐之合可無疑矣

南海馮焌光校



弧矢啓祕卷一

海甯李善蘭學

正弦求弧背術 求圓外積

先求諸尖錐之底置全徑二除之爲二乘尖錐底以減全徑爲餘底四除之爲四乘尖錐底以減餘底仍爲餘底六除之爲六乘尖錐底以減餘底仍爲餘底八除之爲八乘尖錐底如此遞減遞除可得無窮諸尖錐底其除法遞加二數用偶不用奇　乃置諸尖錐底各以半徑乘之爲諸尖錐直積其二乘直積以三除之其四乘直積以五除之其六乘直積以七除之其八乘直積以九除之如此置無

弦直積遞加二數以除之即諸尖錐各積也其除法用奇不用偶　依法求得二十个尖錐積於左

乘	二	○○三三三三三三三三三三
乘	四	○○五○○○○○○○○○
乘	六	○○一七八五七一四二八五
乘	八	○○○八六八○五五五五五
乘	十	○○○四九七一五九○九○
乘	十二	○○○三一五五○四八○七
乘	十四	○○○二一四八四三七五○
乘	十六	○○○一五四○二四○一一
乘	十八	○○○一一四八四二四六五
乘	二十	○○○○八八三一九三二四
乘	廿二	○○○○六九六四三一○三
乘	廿四	○○○○五六○六二六九八
乘	廿六	○○○○四五九二○二九七
乘	廿八	○○○○三八一七二六六一
乘	三十	○○○○三二一三八九一七
乘	卅二	○○○○二七三六○六八八
乘	卅四	○○○○二三五二○九九五
乘	卅六	○○○○二○三九五四五七
乘	卅八	○○○○一七八二一九四一
乘	四十	○○○○一五六八一一三五

置正弦以約法約之知應用幾个尖錐見卷二　乃置應用之

最下尖錐積以正弦冪乘之以半徑冪除之加入上一層尖錐積再以正弦冪乘之以半徑冪除之再加入上一層尖錐積再以正弦冪乘之以半徑冪除之如此遞加遞乘遞除至加入最上一層乘除畢復以正弦乘之以半徑除之爲圜外積　另以正弦求得矢用加半徑以正弦乘之以圜外積減之以半徑除之得弧背眞數依表化爲度分秒見卷二

正弦求弧背又術求圜內積

置前所求圜外各尖錐積其最上一層一乘之下一層三乘之再下一層五乘之再下一層七乘之再下一層九乘

之順是以下皆遞加二數以乘之乘畢俱半之爲圖內諸尖錐積　如法求得二十个尖錐積於左

乘												
二乘	○	一	六	六	六	六	六	六	六	六	六	六
四乘	○	○	七	五	○	○	○	○	○	○	○	○
六乘	○	○	四	四	六	四	二	八	五	七	一	二
八乘	○	○	三	○	三	八	一	九	四	四	四	四
十乘	○	○	二	二	三	七	二	一	五	九	○	九
十二乘	○	○	一	七	三	五	二	七	六	四	四	二
十四乘	○	○	一	三	九	六	四	八	四	三	七	五
十六乘	○	○	一	一	五	五	一	八	○	○	八	九
十八乘	○	○	○	九	七	六	一	六	○	九	五	二
二十乘	○	○	○	八	二	九	○	三	三	五	八	○
廿二乘	○	○	○	七	三	一	二	五	二	五	八	七
廿四乘	○	○	○	六	四	四	七	二	一	○	三	一
廿六乘	○	○	○	五	七	四	○	○	三	七	一	八
廿八乘	○	○	○	五	一	五	三	三	○	九	二	四
三十乘	○	○	○	四	六	六	○	一	四	二	九	七
卅二乘	○	○	○	四	二	四	○	九	○	六	六	四
卅四乘	○	○	○	三	八	八	○	九	六	四	一	七
卅六乘	○	○	○	三	五	六	九	二	○	四	九	七
卅八乘	○	○	○	三	二	九	七	○	五	九	○	八
四十乘	○	○	○	三	○	五	七	八	二	一	三	二

置正弦以約法約之知應用幾个尖錐積乃置應用之最

下尖錐積以正弦冪乘之以半徑冪除之加入上一層尖錐積再以正弦冪乘之以半徑冪除之如此遞加遞乘遞除至加入最上一層乘除畢復以正弦乘之以半徑除之爲圜內積再以半徑除之爲弦背差加正弦得弧背眞數依表化爲度分秒

正矢求弧背術

置正弦求弧背第二術中諸尖錐積各半之其最上一層復以四除一次下一層以四除二次再下一層以四除三次如此每下一層每以四多除一次除畢爲三十度正弦上諸尖錐積乃各以半徑除之爲三十度正弦上弦背差

加入三十度正弦爲三十度弧背自之爲三十度弧背冪（其加法乘法皆如天元術後仿此）四倍之爲六十度正矢上弧背冪中諸尖錐積也用爲正矢求弧背冪之根　若徑求諸尖錐積不假前術則先求諸尖錐之底倍三十度正弦爲一乘尖錐底一乘之六（二三也）除之爲三乘尖錐底二乘之十（二五也）除之爲五乘尖錐底三乘之十四（二七也）除之爲七乘尖錐底四乘之十八（二九也）除之爲九乘尖錐底如此遞乘遞除可得無窮尖錐底其乘數恒加一其除數恒加四　乃置諸尖錐底各以全徑乘之爲諸尖錐直積其一乘直積以二除之其三乘直積以四除之其五乘直積以六除之如

此遞加二數以除之可盡得無窮諸尖錐積　依法求得

二十個尖錐積于左

〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇
三	三	三	三	三	三	三	三	三	三	三	三	三	三	三	三	三	三	三	三
一	一	一	一	一	一	一	一	一	一	一	一	一	一	一	一	一	一	一	一
一	七	八	五	七	一	四	二	八	五	七	一	四	二	八	五	七	一	四	二
〇	三	一	七	四	六	〇	三	一	七	四	六	〇	三	一	七	四	六	〇	三
〇	〇	六	〇	一	二	五	〇	六	〇	一	二	五	〇	六	〇	一	二	五	〇
〇	〇	一	一	八	九	二	八	六	九	〇	三	五	七	二	六	一	七	八	五
〇	〇	〇	二	四	二	八	一	二	七	四	二	八	一	二	七	四	二	八	一
〇	〇	〇	〇	五	〇	七	八	四	三	六	四	五	〇	九	八	五	四	七	〇
〇	〇	〇	〇	一	〇	八	二	五	〇	八	八	二	二	四	四	六	九	〇	二
〇	〇	〇	〇	〇	二	三	四	三	〇	九	二	六	八	九	二	七	九	〇	一
〇	〇	〇	〇	〇	〇	五	一	三	六	一	二	七	〇	九	〇	六	二	九	七
〇	〇	〇	〇	〇	〇	一	一	三	七	八	四	九	六	九	三	九	二	四	一
〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	二	五	四	三	六	〇	五	七	九	七	二	六	四
〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	五	七	三	〇	四	二	二	二	五	五	九	〇
〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	一	二	九	九	七	四	二	九	五	一	一	八
〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	二	九	六	五	五	四	五	四	一	四	四
〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	六	八	〇	一	九	二	五	五	九	三
〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	一	五	六	七	四	四	二	三	一	三
〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	三	六	二	七	二	二	二	二	七

乘	一	一	○	○
乘	三	○	○	八
乘	五	○	○	一
乘	七	○	○	○
乘	九	○	○	○
乘	十一	○	○	○
乘	十三	○	○	○
乘	十五	○	○	○
乘	十七	○	○	○
乘	十九	○	○	○
乘	廿一	○	○	○
乘	廿三	○	○	○
乘	廿五	○	○	○
乘	廿七	○	○	○
乘	廿九	○	○	○
乘	卅一	○	○	○
乘	卅三	○	○	○
乘	卅五	○	○	○
乘	卅七	○	○	○
乘	卅九	○	○	○

置倍矢以約法約之知應用幾个尖錐積乃置應用最下尖錐積以倍矢乘之以半徑除之加入上一層尖錐積再以倍矢乘之以半徑除之再加入上一層尖錐積再以倍矢乘之以半徑除之如此至最上一層乘除畢平方開之得弧背眞數依表化爲度分秒

正切求弧背術

置四十五度正切爲各尖錐底以半徑乘之爲各尖錐直

積乃以三除直積爲二乘尖錐積正以五除直積爲四乘尖錐積負以七除直積爲六乘尖錐積正以九除直積爲八乘尖錐積負如此遞加二數以除直積可得無窮正負諸尖錐積　依法求得二十个尖錐積于左

三	三	三	三	三	三	三	三	三	三	三	正
二	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	負
一	四	二	八	五	七	一	四	二	八	五	正
一	一	一	一	一	一	一	一	一	一	一	負
○	九	○	九	○	九	○	九	○	九	○	正
○	七	六	九	二	三	○	七	六	九	二	負
○	六	六	六	六	六	六	六	六	六	六	正
○	五	八	八	二	三	五	二	九	四	一	負
○	五	二	六	三	一	五	七	八	九	四	正
○	四	七	六	一	九	○	四	七	六	一	負
○	四	三	四	七	八	二	六	○	八	六	正
○	四	○	○	○	○	○	○	○	○	○	負
○	三	七	○	三	七	○	三	七	○	三	正
○	三	四	四	八	二	七	五	八	六	二	負
○	三	二	二	五	八	○	六	四	五	一	正
○	三	○	三	○	三	○	三	○	三	○	負
○	二	八	五	七	一	四	二	八	五	七	正
○	二	七	○	二	七	○	二	七	○	二	負
○	二	五	六	四	一	○	二	五	六	四	正
○	二	四	三	九	○	二	四	三	九	○	負

○○○○○○○○○○○○○○○○○○○○
二四六八十十二十四十六十八二十廿二廿四廿六廿八三十卅二卅四卅六卅八四十
乘乘乘乘乘乘乘乘乘乘乘乘乘乘乘乘乘乘乘乘

置正切以約法約之知應用幾个尖錐積乃置應用之最下尖錐積以正切冪乘之以半徑冪除之以減上一層尖錐積再以正切冪乘之以半徑冪除之再以減上一層尖錐積再以正切冪乘之以半徑冪除之如此遞減遞乘遞除至最上一層乘除畢復以正切乘之以半徑除之爲圓外積再以半徑除之爲弧切差以減正切得弧背眞數依表化爲度分秒

正割求弧背術

置正切術所用正負諸尖錐加四十五度正切負自之即正割求弧背諸尖錐也其乘法如天元術依法求得二十个尖錐積于左

○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	正
六	六	六	六	六	六	六	六	六	六	六	六	六	負
一	一	一	一	一	一	一	一	一	一	一	一	一	正
○	四	七	六	一	九	○	四	七	六	一	九	○	負
四	六	○	三	一	七	四	六	○	三	一	七	四	正
○	三	五	一	一	三	○	三	五	一	一	三	○	負
一	六	一	九	六	五	○	一	九	一	○	七	八	正
七	二	五	○	五	二	七	二	五	○	五	二	七	負
○	二	三	五	七	六	二	七	八	四	七	八	二	正
○	一	五	九	五	五	四	九	二	七	三	三	五	負
二	五	二	六	○	○	二	三	一	四	九	一	五	正
五	五	四	○	一	三	九	八	○	三	一	六	三	負
五	八	八	三	二	○	五	九	七	二	一	五	○	正
一	二	○	三	七	一	七	七	一	四	八	八	○	負
二	八	七	○	五	九	六	三	○	四	○	○	四	正
六	七	六	三	七	六	四	六	八	○	一	六	四	負
○	○	七	三	五	六	一	○	五	三	七	○	二	正
八	七	二	○	二	六	七	九	七	九	二	九	○	負
六	六	九	六	五	八	三	八	八	九	三	四	一	正
五	一	八	二	二	六	七	五	一	五	三	八	七	負

乘											
乘	一	一	○	○	○	○	○	○	○	○	○
乘	三	○	六	六	六	六	六	六	六	六	六
乘	五	○	五	一	一	一	一	一	一	一	一
乘	七	○	四	一	九	○	四	七	六	一	九
乘	九	○	三	五	七	四	六	○	三	一	七
乘	十一	○	三	一	三	○	三	五	一	一	三
乘	十三	○	二	七	九	三	○	四	八	二	二
乘	十五	○	二	五	二	七	二	五	○	五	二
乘	十七	○	二	三	一	一	八	○	四	三	九
乘	十九	○	二	一	三	三	二	五	五	五	三
乘	廿一	○	一	九	八	二	六	一	三	二	五
乘	廿三	○	一	八	五	三	六	二	七	三	六
乘	廿五	○	一	七	四	一	八	○	九	八	七
乘	廿七	○	一	六	四	三	八	四	九	九	一
乘	廿九	○	一	五	五	七	二	四	八	四	二
乘	卅一	○	一	四	八	○	○	八	一	六	八
乘	卅三	○	一	四	一	○	八	四	三	三	七
乘	卅五	○	一	三	四	八	三	二	六	一	九
乘	卅七	○	一	二	九	一	五	九	五	八	八
乘	卅九	○	一	二	三	九	八	三	六	六	○

以半徑減正割為割徑差倍之于上又以割徑差自之半徑除之以加上位為乘數置乘數以約法約之知應用幾个尖錐積乃置應用最下一層尖錐積以乘數乘之以半徑除之以減上一層尖錐積再以乘數乘之以半徑除之

如此遞減遞乘遞除至最上一層乘除畢開平方得弧背眞數依表化爲度分秒

正割求弧背又術

置前所求諸尖錐積最上一層不動下一層以四除一次再下一層以四除二次再下一層以四除三次如此遞下一層遞以四乘除一次除畢正者正之負者負之爲又術諸尖錐積　依法求得二十个尖錐積于左

正	○	○	○	○	○
負	六	六	六	六	六
正	四	四	四	四	四
負	○	九	一	六	七
正	三	九	七	○	五
負	三	三	七	五	二
正	九	○	九	九	五
負	三	一	八	○	三
正	八	三	九	八	六
負	四	六	○	九	七
正	七	○	七	○	○
負	二	五	八	五	七
正	五	八	二	八	一
負	八	三	三	五	○
正	五	一	○	二	四
負	八	五	一	七	八
正	九	四	九	九	六
負	二	五	二	六	九
正	二	五	八	三	九
負	三	九	二	九	九

一

乘一	一	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
乘三	○	一	六	六	六	六	六	六	六	六	六	六	六	六	六	六	六	六
乘五	○	○	三	一	九	四	四	四	四	四	四	四	四	四	四	四	四	四
乘七	○	○	○	六	五	四	七	六	一	九	○	四	七	六	一	九	○	四
乘九	○	○	○	一	三	九	六	三	二	九	三	六	五	○	七	九	三	六
乘十一	○	○	○	○	三	○	五	六	九	八	三	五	二	五	七	三	三	五
乘十三	○	○	○	○	○	六	八	一	八	九	六	五	三	八	四	八	一	三
乘十五	○	○	○	○	○	一	五	四	二	五	一	一	三	○	八	一	三	六
乘十七	○	○	○	○	○	○	三	五	二	七	五	三	三	五	五	四	四	三
乘十九	○	○	○	○	○	○	○	八	一	三	七	七	二	四	○	三	七	七
乘廿一	○	○	○	○	○	○	○	一	八	九	○	七	六	七	三	三	八	三
乘廿三	○	○	○	○	○	○	○	○	四	四	一	九	三	九	二	○	二	六
乘廿五	○	○	○	○	○	○	○	○	一	○	三	八	一	九	九	五	八	九
乘廿七	○	○	○	○	○	○	○	○	○	二	四	四	九	五	二	七	二	五
乘廿九	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	五	八	○	一	二	○	二	四
乘卅一	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	一	三	七	八	四	三	三	四
乘卅三	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	三	二	八	四	八	七	五
乘卅五	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	七	八	四	八	三	四
乘卅七	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	一	八	七	九	五	一
乘卅九	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	四	五	一	○	四

倍割徑差以全徑乘之以全徑加割徑差除之爲用數置用數如法約之知應用幾个尖錐積乃置應用最下一層尖錐積以用數乘之以半徑除之用減上一層尖錐積再以用數乘之以半徑除之再以減上一層尖錐積如此遞減遞乘遞除至最上一層乘除畢平方開之得弧背眞數依表化爲度分秒

正割求弧背三術

立天元一爲六十度割徑差加二得川元以天元除之得川丨元〇爲乘數乃置第一術諸尖錐積其各乘數卽命爲六十度割徑差各乘數乃以天元乘數逐層乘之其最上

一層乘一次下一層乘二次再下一層乘三次每下一層輒多乘一次乘畢以太齊太以元齊元逐層皆依等列之同名相加異名相減正數大者正之負數大者負之爲三術諸尖錐積　依法求得二十个尖錐積于左

正	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
負	六	六	六	六	六	六	六	六	六	六	六	六	六	六	六	六	六	六	六
正	二	二	二	二	二	二	二	二	二	二	二	二	二	二	二	二	二	二	二
負	○	八	三	二	五	九	○	八	三	二	五	九	○	八	三	二	五	九	○
正	八	五	一	○	三	七	八	五	一	○	三	七	八	五	一	○	三	七	八
負	四	三	八	五	三	五	四	三	八	五	二	五	四	三	八	五	二	五	四
正	二	○	四	五	八	四	一	四	六	二	四	三	四	八	七	九	九	一	七
負	一	八	一	二	五	一	一	八	一	二	五	一	一	八	一	二	五	一	一
正	七	九	二	四	二	五	九	五	四	六	二	四	四	一	七	三	六	五	七
負	四	八	六	八	五	八	一	六	一	二	九	五	二	五	一	三	五	七	八
正	六	二	八	九	○	六	一	八	○	○	七	○	九	一	六	○	○	六	四
負	○	九	二	五	五	三	四	二	六	五	二	○	五	六	三	九	○	二	○
正	○	三	六	九	三	一	八	六	四	三	四	二	七	二	九	五	五	三	四
負	四	七	一	九	三	六	一	六	九	九	八	七	八	五	五	五	四	四	八
正	○	四	一	○	四	六	五	九	七	○	四	三	一	三	四	六	九	七	五
負	三	○	一	五	七	四	四	○	四	一	一	一	九	六	○	一	四	一	一
正	○	四	一	○	七	八	四	二	一	一	二	七	七	三	五	三	七	二	○
負	二	四	三	一	○	八	三	五	二	七	二	○	一	三	九	五	九	七	九
正	二	七	七	七	三	七	八	五	七	三	六	六	六	二	六	三	三	九	六
負	三	四	○	一	九	○	八	一	○	四	六	四	五	二	一	八	九	三	九

元		二	〇	〇	〇
乘	一	一	六	六	六
乘	二	一	四	二	二
乘	三	一	二	三	八
乘	四	一	〇	九	五
乘	五	〇	九	八	三
乘	六	〇	八	九	二
乘	七	〇	八	一	八
乘	八	〇	七	五	五
乘	九	〇	七	〇	二
乘	十	〇	六	五	七
乘	十一	〇	六	一	八
乘	十二	〇	五	八	三
乘	十三	〇	五	五	二
乘	十四	〇	五	二	四
乘	十五	〇	五	〇	一
乘	十六	〇	四	七	九
乘	十七	〇	四	五	八
乘	十八	〇	四	四	〇
乘	十九	〇	四	二	三

置割徑差以約法約之知應用幾个尖錐積乃置應用最下尖錐積以割徑差乘之以半徑除之以減上一層尖錐積再以割徑差乘之以半徑除之以減再上一層尖錐積再以割徑差乘之以半徑除之如此遞減遞乘遞除至最上一層乘除畢平方開之得弧背眞數如法化爲度分秒

弧背求正弦術

以半徑爲元數正置元數二除之三除之爲二乘尖錐積

負置二乘尖錐積四除之五除之爲四乘尖錐積正置四乘尖錐積六除之七除之爲六乘尖錐積負順是以下奇偶各遞增二數除之可得無窮尖錐積　依法求得七个尖錐積于左

正	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
負	六	六	六	六	六	六	六	六	六	六	[illegible]
正	三	三	三	三	三	三	三	二	八	○	○
負	九	六	二	一	四	八	九	一	○	○	○
正	三	七	五	五	七	二	○	○	○	○	○
負	五	○	五	二	○	○	○	○	○	○	○
正	六	一	○	○	○	○	○	○	○	○	○

一	〇	〇	〇	〇	〇	〇
元	二乘	四乘	六乘	八乘	十乘	十二乘

置弧背眞數以約法約之知應用幾个尖錐乃置應用之最下尖錐以弧背冪乘之以半徑冪除之以減上一層尖錐積再以弧背冪乘之以半徑冪除之以減再上一層尖錐積如此遞乘遞除遞減至最上一層減畢以弧背乘之以半徑除之即正弦也

弧背求正矢術

即取弧背求正弦諸尖錐各命爲直積其元積二除之爲一乘尖錐積其二乘積四除之爲三乘尖錐積其四乘積

六除之爲五乘尖錐積以下諸積各加二數以除之卽盡得各尖錐積　依法求得七个尖錐積于左

正負													乘
正	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	五	○	一乘
負	六	六	六	六	六	六	六	六	一	四	○	○	三乘
正	八	八	八	八	八	八	八	三	一	○	○	○	五乘
負	八	五	一	○	八	四	二	○	○	○	○	○	七乘
正	七	五	五	七	二	○	○	○	○	○	○	○	九乘
負	八	○	二	○	○	○	○	○	○	○	○	○	十一乘
正	一	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	十三乘

置弧背負數以約法約之知應用幾个尖錐乃置應用之最下尖錐積以弧背羃乘之以半徑羃除之以減上一層尖錐積再以弧背羃乘之以半徑羃除之以減再上一層尖錐積再以弧背羃乘之以半徑羃除之如此遞減遞乘遞除至最上一層乘除畢即正矢也

弧背求正切術

法以弧背求正弦諸尖錐積正者正之負者負之爲第一行其最上一層無加減即爲第二行之首正列于第一行之右第一層一除之二除之爲第二層正三除之四除之爲第三層負五除之六除之爲第四層正七除之八除之

爲第五層負順是以下皆如是至單位下而止復以兩行
第二層正負相減爲第三行之首正列于第二行之右第
二層一除之二除之爲第三層正三除之四除之爲第四
層負順是以下皆如是至單位下而止復以各行第三層
正數幷之負數減之爲第四行之首正列于第三行之右
第三層如前以一二三四諸數除之得四五六七各層正
負諸數復以各行第四層正數併之負數減之爲第五行
之首正列于第四行之右第四層仍如前除得五六七八
各層正負諸數如是遞次求之可得無窮各行各層正負
諸數乃取第二行以下各行之首爲本術諸尖錐積　依

法得二十个尖錐積于左

元	一	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇
乘二	〇	三	三	三	三	三	三	三	三	三	三	三
乘四	〇	一	三	三	三	三	三	三	三	三	三	三
乘六	〇	〇	五	三	九	六	八	二	五	三	九	六
乘八	〇	〇	二	一	八	六	九	四	八	八	五	三
乘十	〇	〇	〇	八	八	六	三	二	三	五	五	四
乘十二	〇	〇	〇	三	五	九	二	一	二	八	〇	四
乘十四	〇	〇	〇	一	四	五	五	八	三	四	三	九
乘十六	〇	〇	〇	〇	五	九	〇	〇	二	七	四	四
乘十八	〇	〇	〇	〇	二	三	九	一	二	九	一	一
乘二十	〇	〇	〇	〇	〇	九	六	九	一	五	三	七
乘廿二	〇	〇	〇	〇	〇	三	九	二	七	八	三	二
乘廿四	〇	〇	〇	〇	〇	一	五	九	一	八	九	一
乘廿六	〇	〇	〇	〇	〇	〇	六	四	五	一	六	九
乘廿八	〇	〇	〇	〇	〇	〇	二	六	一	四	七	七
乘三十	〇	〇	〇	〇	〇	〇	一	〇	五	九	七	二
乘卅二	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	四	二	九	四	九
乘卅四	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	一	七	四	〇	六
乘卅六	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	七	〇	五	四
乘卅八	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	二	八	五	八

置弧背眞數以約法約之知應用幾个尖錐乃置應用之最下尖錐積以弧背冪乘之以半徑冪除之加入上一層

尖錐積再以弧背冪乘之以半徑冪除之加入再上一層尖錐積如此遞乘遞除遞加至加入最上一層以弧背乘之以半徑除之即正切也

弧背求正割術

以弧背求正矢諸尖錐爲第一行如弧背求正切諸尖錐術求之得本術諸尖錐　依法求得二十八尖錐積于左

○	○	○	○	○	○	○	○
三	三	三	三	三	三	三	三
二	二	二	二	二	二	二	七
一	四	八	九	一	○	五	三
四	二	三	三	二	二	二	九
一	八	六	九	四	二	四	六
九	○	九	一	八	六	八	二
二	九	二	一	八	六	二	九
三	一	三	二	六	五	七	三
二	三	四	三	二	二	五	一
四	二	八	九	六	一	六	○
五	三	五	○	○	五	二	○
九	二	四	三	一	○	一	○
七	二	七	○	一	四	○	○
一	六	四	六	六	一	○	○
四	六	四	七	六	○	○	○
二	四	三	七	二	○	○	○
一	八	○	一	一	○	○	○
○	九	四	四	○	○	○	○
○	二	八	一	○	○	○	○

○	○	五	○	一	乘
八	○	二	○	三	乘
四	八	○	○	五	乘
四	三	○	○	七	乘
三	一	○	○	九	乘
五	○	○	○	十一	乘
二	○	○	○	十三	乘
○	○	○	○	十五	乘
○	○	○	○	十七	乘
○	○	○	○	十九	乘
○	○	○	○	廿一	乘
○	○	○	○	廿三	乘
○	○	○	○	廿五	乘
○	○	○	○	廿七	乘
○	○	○	○	廿九	乘
○	○	○	○	卅一	乘
○	○	○	○	卅三	乘
○	○	○	○	卅五	乘
○	○	○	○	卅七	乘
○	○	○	○	卅九	乘

置弧背眞數以約法約之知應用幾个尖錐乃置應用之最下尖錐積以弧背羃乘之以半徑羃除之加入上一層尖錐積再以弧背羃乘之以半徑羃除之如此遞加遞乘遞除至最上一層乘除畢加入半徑即正割也

南滙張文虎校

弧矢啟祕卷二　　　則古昔齋算學二

海甯李善蘭學

約法

以乘法除半徑復以半徑連次乘之以乘法連次除之自上而下逐層與尖錐積相較尖錐積爲若干乘亦乘除若干次視除得之數大于尖錐積便棄此層以下不用其上一層卽應用最下尖錐積也乘法僅用首三位其下奇零收爲一數以便算

弧背度分眞數互求法

本赤水遺珍

度分秒眞數表

度一	〇〇一七四五三二九二五一九
度二	〇〇三四九〇六五八五〇三九
度三	〇〇五二三五九八七七五五九
度四	〇〇六九八一三一七〇〇七九
度五	〇〇八七二六六四六二五九九
度六	〇一〇四七一九七五五一一九
度七	〇一二二一七三〇四七六三九
度八	〇一三九六二六三四〇一五九
度九	〇一五七〇七九六三二六七九
分一	〇〇〇〇二九〇八八八二〇八
分二	〇〇〇〇五八一七七六四一七
分三	〇〇〇〇八七二六六四六二五
分四	〇〇〇一一六三五五二八三四
分五	〇〇〇一四五四四四一〇四三
分六	〇〇〇一七四五三二九二五二
分七	〇〇〇二〇三六二一七四六〇
分八	〇〇〇二三二七一〇五六六九
分九	〇〇〇二六一七九九三八七八
秒一	〇〇〇〇〇〇四八四八一三六
秒二	〇〇〇〇〇〇九六九六二七三
秒三	〇〇〇〇〇一四五四四四一〇
秒四	〇〇〇〇〇一九三九二五四七
秒五	〇〇〇〇〇二四二四〇六八四
秒六	〇〇〇〇〇二九〇八八八二〇
秒七	〇〇〇〇〇三三九三六九五七
秒八	〇〇〇〇〇三八七八五〇九四
秒九	〇〇〇〇〇四三六三三二三一

有眞數求度分秒者置眞數爲實乃以度表各升一位視數畧小于實者減之命爲若干十度次以度表本數視畧小于餘實者減之命爲若干度次以分表一分至六分諸數各升一位視畧小于餘實者減之命爲若干十分次以分表本數視畧小于餘實者減之命爲若干分次以秒表一秒至六秒諸數各升一位視畧小于餘實者減之命爲若干十秒次以秒表本數視畧小于餘實者減之命爲若干秒秒下餘實在半秒以上者收爲一秒半秒以下則棄之有度分秒求眞數者依若干十度若干度若干十分若干分若干十秒各取其表數升一位併之于上次依若干度若干分若干

秒各取其表數併之併入上位得弧背眞數

求分弧正弦術

以正弦冪減半徑冪平方開之得餘弦用減半徑得正矢

以正矢乘半徑半之開平方得分弧正弦

求分弧正矢術

半正矢以減半徑餘以半徑乘之開平方得分弧餘弦以

減半徑得分弧正矢

求分弧正切術

以正切除半徑冪得餘切自之加半徑冪平方開之得餘

割以餘切減之得分弧正切

求分弧正割術

以正割與半徑相加爲割徑和相減爲割徑較以較乘半徑冪以和除之得分弧正切冪加半徑冪開平方得分弧正割

正弦等綫太大用尖錐術求弧背乘除必繁則先用右術求得分弧各綫然後求之既得弧背乃倍之

求倍弧正弦術

置正弦冪倍之以半徑除之得倍弧正矢以倍弧正矢減全徑即以乘之開平方得倍弧正弦

求倍弧正矢術

以正矢減全徑即以正矢乘之倍之以半徑除之得倍弧正矢

求倍弧正切術

倍正切以乘半徑冪爲實以正切冪減半徑冪爲法法除實得倍弧正切

求倍弧正割術

正割冪乘半徑爲實以半徑冪減正割冪爲正切冪以正切冪反減半徑冪爲法法除實得倍弧正割

若弧線太大用尖錐術以求正弦等線乘除必繁煩折半求之既得各線乃用右術以求倍弧各線

求外較弧正弦術

以本弧正弦與大弧正弦相減爲正弦較相加爲正弦和和較相乘爲長方積加入大弧餘弦冪平方開之得本弧餘弦與大弧餘弦相減爲餘弦較相加爲餘弦和乃以正餘弦兩較相減爲較較兩和相減爲和較以較較乘和較半之加上長方積半徑除之得外較弧正弦

求外較弧正矢術

以矢減半徑爲本弧餘弦以大弧餘弦減之爲餘弦較加之爲餘弦和和較相乘以減大弧正弦冪平方開之得本弧正弦以減大弧正弦爲正弦較乃以正弦較餘弦較各

自乘相併半之半徑除之得外較弧正矢

求外較弧正切術

以本弧正切減大弧正切爲正切較以正切較乘大弧正切大弧正割除之爲小分股以小分股減大弧正割爲大分股乃以小分股乘半徑冪爲實以大分股乘大弧正切爲法法除實得外較弧正切

求外較弧正割術

置大弧正割以大弧正切冪乘之以大弧正割冪除之爲和數自之爲和冪復以本弧正割冪減大弧正割冪以大弧正切冪乘之大弧正割冪除之以減和冪餘以平方開

之得數以減和數得較數以較數減大弧正割爲大股乃以半徑乘本弧正割以大股除之得外較弧正割

外較弧者本弧與大弧較較弧在本弧之外也若正弦等線小于三十度或四十五度或六十度正弦等線者即命三十度等弧爲大弧用右術求得外較弧正弦等線然後用尖錐術以求弧背既得弧背以減大弧即得本弧　若弧背小于三十度等弧者命三十度等弧爲大弧以弧背減之爲外較弧用尖錐術求得正弦等線反命本弧爲外較弧外較弧爲本弧用右術以求本弧正弦等線

求內較弧正弦術

以本弧正弦與小弧正弦相減爲正弦較相加爲正弦和和較相乘爲長方積以減小弧餘弦冪平方開之得本弧餘弦與小弧餘弦相減爲餘弦較相加爲餘弦和乃以正餘弦兩較相減爲較較兩和相減爲和較以較較乘和較半之加上長方積半徑除之得內較弧正弦

求內較弧正矢術

以矢減半徑爲本弧餘弦與小弧餘弦相減爲餘弦較相加爲餘弦和和較相乘以加小弧正弦冪平方開之得本弧正弦以小弧正弦減之爲正弦較乃以正餘弦兩較各

自乘相併半之半徑除之得內較弧正矢

求內較弧正切術

以小弧正切減本弧正切爲正切較以正切較乘小弧正切小弧正割除之爲小分股以小分股加小弧正割爲大分股乃以小分股乘半徑冪爲實以大分股乘小弧正切爲法法除實得內較弧正切

求內較弧正割術

置小弧正割以小弧正切冪乘之以小弧正割冪除之爲較數自之爲較冪復以小弧正割冪減本弧正割冪以小弧正切冪乘之小弧正割冪除之以加較冪平方開之得

數以加小弧正割以較數減之得大股乃以半徑乘本弧正割以大股除之得內較弧正割

內較弧者本弧與小弧較較弧在本弧之內也若正弦等線大于三十度或四十五度或六十度正弦等線者即命三十度等弧爲小弧用右術求得內較弧正弦等線然後用尖錐術以求弧背既得弧背以加小弧即得本弧

求和弧正弦術

以較弧正弦羃減半徑羃以小弧正弦羃乘之以半徑羃除之平方開之于上又以較弧正弦乘小弧餘弦半徑除之

之併入上位得和弧正弦

求和弧正矢術

以較弧正矢乘較弧大矢又以小弧正弦冪乘之半徑冪除之平方開之于上復以較弧矢乘小弧餘弦半徑除之併入上位以加小弧正矢得和弧正矢

求和弧正切術

以較弧正切乘小弧正切用減半徑冪為法較弧正切乘小弧正割冪為實以法除實加入小弧正切得和弧正切

求和弧正割術

以較弧正割冪乘小弧正切冪以半徑冪除之復以小弧

正切冪減之平方開之以減半徑爲法兩正割相乘爲實法除實得和弧正割

若弧背大于三十度或四十五度或六十度等弧者即以三十度等弧減之然後用尖錐術以求正弦等線既得諸線乃命三十度等弧爲小弧命本弧爲和弧用右術以求本弧諸線

求餘弦術

以正矢減半徑得餘弦

求餘矢術

以正弦減半徑得餘矢

求餘切術

以正切除半徑冪得餘切

求餘割術

以正割乘半徑正切除之得餘割

若正弦等線極大用右術求得餘弦等線然後用尖錐術以求弧背既得弧背以減九十度即得本弧　若弧背極大與九十度相減然後用尖錐術以求正弦等線既得諸線用右術以求本弧諸線

南滙張文虎校